7 Progresiones

INTRODUCCIÓN

Las sucesiones aparecen en diversos campos, tales como la medicina (evolución de un cultivo bacteriano), genética (distribución de los caracteres), informática (utilización de algoritmos recursivos) y economía (cálculo del interés simple y compuesto). Por ello, lo más importante al comenzar la unidad será la definición de sucesiones numéricas como un conjunto ordenado de números, así como encontrar su regla de formación, trabajando el concepto de término general con distintos casos.

Los alumnos encuentran a veces problemas a la hora de calcular el término general de una sucesión, aunque en las progresiones aritméticas y geométricas la forma de obtenerlo es más sencilla que en sucesiones de otros tipos.

Conviene establecer las similitudes y diferencias entre las progresiones aritméticas y geométricas, dejar claro el proceso de formación, la obtención del término general, la manera de deducir la fórmula de la suma de los n términos de una progresión aritmética y del producto de los n primeros términos de una progresión geométrica.

El manejo adecuado y reflexivo de las fórmulas de la suma y el producto de n términos se trabaja a lo largo de la unidad con distintos ejemplos, y debe asegurarse que los alumnos no las aplican de manera automática, sin pararse a pensar.

RESUMEN DE LA UNIDAD

- Una *sucesión* de números reales $a_1, a_2, a_3 \dots$ es un conjunto ordenado de números reales. Cada uno de los números reales de la sucesión se denomina *término*.
- En algunas sucesiones se puede expresar el *término general* mediante una fórmula. El valor de un término de la sucesión se puede calcular al sustituir n por dicho valor.
- Una *progresión aritmética* es una sucesión de números tal que cada uno de ellos (menos el primero) es igual al anterior más un número fijo, llamado diferencia de la progresión (d).
- El *término general de una progresión aritmética* es: $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$.
- La *suma de n términos de una progresión aritmética* es: $S_n = \dfrac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$.
- Una *progresión geométrica* es una sucesión de números tal que cada uno de ellos (menos el primero) es igual al anterior multiplicado por un número fijo, llamado razón de la progresión (r).
- El *término general de una progresión geométrica* es: $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$.
- El *producto de n términos de una progresión geométrica* es: $P_n = \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n}$.

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Reconocer sucesiones y calcular sus términos.	• Términos de una sucesión. • Término general. • Sucesiones recurrentes.	• Identificación de una sucesión. • Obtención del término general.
2. Determinar si una progresión es aritmética y calcular sus elementos.	• Progresión aritmética: diferencia. • Término general. • Suma de n términos de una progresión aritmética.	• Identificación de una progresión aritmética. • Obtención del término general de una progresión aritmética. • Cálculo de la suma de n términos de una progresión aritmética.
3. Determinar si una progresión es geométrica y calcular sus elementos.	• Progresión geométrica: razón. • Término general. • Producto de n términos de una progresión geométrica.	• Identificación de una progresión geométrica. • Obtención del término general de una progresión geométrica. • Cálculo del producto de n términos de una progresión geométrica.

ADAPTACIÓN CURRICULAR

7 OBJETIVO 1
RECONOCER SUCESIONES Y CALCULAR SUS TÉRMINOS

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

SUCESIÓN

Una **sucesión** en un conjunto ordenado de números reales: a_1, a_2, a_3, a_4...

Cada uno de los números que forman la sucesión es un **término**.

EJEMPLO

3, 2, 1, 2, 3, 2, 1, 2, 3, ... es una sucesión.

El primer término de esta sucesión es: $a_1 = 3$

El segundo término de esta sucesión es: $a_2 = 2$

El tercer término de esta sucesión es: $a_3 = 1$

El cuarto término de esta sucesión es: $a_4 = 2$

1 **Dada la sucesión: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, ..., escribe sus 10 primeros términos.**

$a_1 =$ $a_2 =$ $a_3 =$ $a_4 =$ $a_5 =$

$a_6 =$ $a_7 =$ $a_8 =$ $a_9 =$ $a_{10} =$

2 **Escribe, para la sucesión 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, ..., los términos a_1, a_4, a_7, a_8 y a_{10}.**

$a_1 =$ $a_4 =$ $a_7 =$ $a_8 =$ $a_{10} =$

3 **Dada la sucesión: 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, ..., ¿cómo son todos los términos que ocupan las posiciones pares? ¿Y los términos que ocupan las posiciones impares? Escribe los términos a_{18} y a_{23}.**

$a_2, a_4, a_6, \dots =$ $a_{18} =$

$a_1, a_3, a_5, \dots =$ $a_{23} =$

4 **Escribe los 3 términos que siguen en la sucesión: 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, ...**

5 **Escribe los 4 términos que siguen en la sucesión: 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384, ...**

Existen sucesiones que siguen una regla definida en su formación, es decir, un orden lógico que nos ayuda a obtener el siguiente término. Cuando esto ocurre se puede determinar una fórmula que permite calcular cualquier término a partir del lugar que ocupa en la sucesión.

A esta fórmula se le llama **término general**.

EJEMPLO

En la sucesión 3, 2, 1, 2, 3, 2, 1, 2, 3, 2, 1, 2, 3, … podemos observar que, en las posiciones pares, el valor es 2; sin embargo, en las posiciones impares se van alternando los valores 3 y 1:

3, 2, 1, 2, 3, 2, 1, 2, 3, 2, 1, 2, 3, …

Cuando n es par, su valor es 2:

$a_2 = 2$
$a_4 = 2$
$a_6 = 2$
$a_8 = 2$

Cuando n es impar, su valor es 3 o 1:

$a_1 = 3$
$a_3 = 1$
$a_5 = 3$
$a_7 = 1$

EJEMPLO

Halla el término general de la sucesión: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, …

En esta sucesión, para pasar de un término al siguiente se suma 2:

$a_1 = 2 = \longrightarrow 1 \cdot 2$
$a_2 = 4 = 2 + 2 = \longrightarrow 2 \cdot 2$
$a_3 = 6 = 2 + 2 + 2 = \longrightarrow 3 \cdot 2$
$a_4 = 8 = 2 + 2 + 2 + 2 = \longrightarrow 4 \cdot 2$
$\downarrow$
$a_9 = 18 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 9 \cdot 2$
$\downarrow$
$a_n = n \cdot 2$

La fórmula $a_n = 2n$ se llama término general de la sucesión 2, 4, 6, 8, 10, 12, … y representa la sucesión de todos los números pares.

Conocido el término general, se puede calcular cualquier término de la sucesión, sabiendo la posición que ocupa. Así, para hallar el término que ocupa la posición 71, basta con sustituir n por 71:

$$a_{71} = 2 \cdot 71 = 142$$

6 **Para la sucesión del ejemplo anterior, calcula los términos que ocupan la posición 12, 18 y 21.**

$a_{12} =$

$a_{18} =$

$a_{21} =$

7 **Sea $a_n = 4n + 1$ el término general de una sucesión. Calcula el término a_{25}.**

8 **Escribe los 5 primeros términos de las siguientes sucesiones.**

a) $a_n = 6n$

$a_1 =$ $a_2 =$ $a_3 =$ $a_4 =$ $a_5 =$

b) $a_n = 4 + 7n$

$a_1 =$ $a_2 =$ $a_3 =$ $a_4 =$ $a_5 =$

c) $a_n = 5^n$

$a_1 =$ $a_2 =$ $a_3 =$ $a_4 =$ $a_5 =$

9 **Escribe una fórmula que exprese el término general de una sucesión, y calcula el valor de los términos 13, 25 y 64 de esa sucesión.**

EJEMPLO

Halla el término general de la sucesión: 1, 0, 1, 0, 1, 0, ...

Esta sucesión va alternando los valores 1 y 0, de forma que no podemos obtener un único término general. Por tanto, escribiremos un término general para los términos pares y otro para los términos impares:

$a_n = 1$, si n es impar.

$a_n = 0$, si n es par.

10 **Calcula el término general de la sucesión: 1, −1, 1, −1, 1, −1, ...**

OBJETIVO 2

DETERMINAR SI UNA PROGRESIÓN ES ARITMÉTICA Y CALCULAR SUS ELEMENTOS 7

NOMBRE: ______________ CURSO: ________ FECHA: ________

Una **progresión aritmética** es una sucesión de números tal que cada uno de ellos (menos el primero) es igual al anterior más un número fijo llamado **diferencia** de la progresión, que se representa por ***d***.

El **término general** de una progresión aritmética es:

$$\boldsymbol{a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d}$$

EJEMPLO

Dada la sucesión 3, 8, 13, 18, 23, 28, …, vemos que es una progresión aritmética porque cada término se obtiene sumando 5 unidades al anterior, es decir, la diferencia es $d = 5$.

$a_1 = 3 \longrightarrow a_1 = 3$

$a_2 = 8 = 3 + 5 \longrightarrow a_2 = 3 + 1 \cdot 5$

$a_3 = 13 = 8 + 5 = 3 + 5 + 5 \longrightarrow a_3 = 3 + 2 \cdot 5$

$a_4 = 18 = 13 + 5 = 3 + 5 + 5 + 5 \longrightarrow a_4 = 3 + 3 \cdot 5$

$a_5 = 23 = 18 + 5 = 3 + 5 + 5 + 5 + 5 \longrightarrow a_5 = 3 + 4 \cdot 5$

$a_6 = 28 = 23 + 5 = 3 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 \longrightarrow a_6 = 3 + 5 \cdot 5$

El término general es: $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d = 3 + (n - 1) \cdot 5 = 5n - 2$.

1 **La siguiente sucesión es aritmética: 10, 8, 6, 4, 2, 0, –2, … Halla la diferencia y el término general.**

La sucesión es aritmética, porque cada término se obtiene sumando al anterior ……………………

Por tanto, la diferencia es $d =$ ……………………

Hallamos el término general:

$a_1 = 10 \longrightarrow a_1 = 10$

$a_2 = 8 = 10 - 2 \longrightarrow a_2 = 10 + 1 \cdot (-2)$

$a_3 = 6 = 10 - 2 - 2 \longrightarrow a_3 = 10 + 2 \cdot (-2)$

$a_4 = 4 = 10 - 2 - 2 -$ ……. $\longrightarrow a_4 = 10 + \boxed{} \cdot (-2)$

$a_5 = 2 = 10 -$ ……. $-$ ……. $-$ ……. $-$ ……. $\longrightarrow a_5 = 10 + \boxed{} \cdot (-2)$

$a_6 = 0 = 10 -$ ……. $-$ ……. $-$ ……. $-$ ……. $-$ ……. $\longrightarrow a_6 = 10 + \boxed{} \cdot (-2)$

$a_7 = -2 = 10 -$ ……. $-$ ……. $-$ ……. $-$ ……. $-$ ……. $-$ ……. $\longrightarrow a_7 = 10 + \boxed{} \cdot (-2)$

El término general es:

$a_n = \boxed{}$

ADAPTACIÓN CURRICULAR

7

2 **Considera la sucesión: 3; 4,5; 6; 7,5; 9; 10,5; 12; 13,5, ... Halla la diferencia y el término general.**

La sucesión es aritmética, porque cada término se obtiene sumando al anterior ....

Por tanto, la diferencia es $d =$ ....

Hallamos el término general:

$a_1 = 3 \longrightarrow a_1 = 3$

$a_2 = 4{,}5 = 3 + 1{,}5 \longrightarrow a_2 = 3 + 1{,}5$

$a_3 = 6 \quad = 3 + 1{,}5 + 1{,}5 \longrightarrow a_3 = 3 + 2 \cdot 1{,}5$

$a_4 = 7{,}5 = 3 + 1{,}5 + 1{,}5 + 1{,}5 \longrightarrow a_4 = 3 + 3 \cdot 1{,}5$

$a_5 = 9 \quad = 3 + 1{,}5 + 1{,}5 + 1{,}5 + 1{,}5 \longrightarrow a_5 = 3 + 4 \cdot 1{,}5$

$a_6 = 3 + 5 \cdot 1{,}5$

$a_7 = \boxed{}$

El término general es:

$a_n = \boxed{}$

3 **Considera la sucesión: 3, 5, 7, 9, 11, 13, ...**

a) ¿Es una progresión aritmética? Si es así, ¿cuál es su diferencia?

b) Calcula su término general.

c) Halla el término 42.

4 **Dada la sucesión: $\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, 0, -\frac{1}{4}, \ldots$**

a) Comprueba que es una progresión aritmética.

b) Calcula su término general.

c) Halla los términos 25 y 76.

5 **Escribe una progresión aritmética que tiene como primer término $a_1 = 6$ y la diferencia es 4.**

6, $\boxed{}$, $\boxed{}$, $\boxed{}$, $\boxed{}$, $\boxed{}$, $\boxed{}$, …

EJEMPLO

¿Cuál es el tercer término de una sucesión aritmética donde el término 7 es 17 y la diferencia es 1,5?

Se puede proceder de dos formas:

1.ª FORMA: Como la diferencia es 1,5, avanzamos hacia atrás restando 1,5, hasta obtener el valor del tercer término:

$$\square \quad \square \quad ? \xrightarrow[\;-1,5\;]{+1,5} \square \xrightarrow[\;-1,5\;]{+1,5} \square \xrightarrow[\;-1,5\;]{+1,5} \square \xrightarrow[\;-1,5\;]{+1,5} 17 \quad \square$$

2.ª FORMA: Como conocemos la fórmula general de las progresiones aritméticas, la aplicamos al término 7 para hallar el término 1:

Fórmula general: $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$

Fórmula aplicada al término 7: $a_7 = a_1 + (7 - 1) \cdot 1,5$

$$17 = a_1 + 6 \cdot 1,5$$
$$a_1 = 8$$

Conociendo el primer término, sumamos la diferencia, $d = 1,5$, hasta obtener el término 3:

$$a_1 = 8$$
$$a_2 = 8 + 1,5 = 9,5$$
$$a_3 = 9,5 + 1,5 = 11$$

6 **¿Cuál es el quinto término de una sucesión cuyo término 24 es 233 y la diferencia es 1,2?**

$\square \quad \square \quad \square \quad \square \quad ?$ 233

Hay demasiada distancia entre los dos términos para utilizar la primera forma; por tanto, la segunda forma es más efectiva.

$\square \quad \square \quad \square \quad \square \quad ?$ 233

$$a_{24} = a_1 + 23 \cdot d$$
$$233 = a_1 + 23 \cdot 1,2$$
$$233 = a_1 + \square$$
$$233 - \square = a_1$$
$$\square = a_1$$

$$a_5 = a_1 + 4 \cdot d$$
$$a_5 = \square + 4 \cdot 1,2$$
$$a_5 = \square$$

EJEMPLO

Dada una sucesión aritmética donde $a_4 = 12$ y $a_{27} = 104$, calcula la diferencia y el primer término.

- Planteamos un sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{r} a_4 = a_1 + 3 \cdot d \\ 12 = a_1 + 3 \cdot d \end{array}\right\} \longrightarrow \left.\begin{array}{r} a_{27} = a + 26 \cdot d \\ 104 = a_1 + 26 \cdot d \end{array}\right\}$$

- Igualamos las dos ecuaciones, despejando a_1 en cada una de ellas:

$$\begin{array}{rcl} 12 = a_1 + 3 \cdot d & \longrightarrow & 12 - 3d = a_1 \\ 104 = a_1 + 26 \cdot d & \longrightarrow & 104 - 26d = a_1 \end{array}\Bigg\}\ 12 - 3d = 104 - 26d$$

- Despejamos la d:

$$-3d + 26d = 104 - 12$$
$$23d = 92$$
$$d = 4$$

- Sustituimos el valor de d en cualquiera de las ecuaciones para obtener a_1:

$$12 = a_1 + 3 \cdot d \xrightarrow{d=4} 12 = a_1 + 3 \cdot 4 \rightarrow a_1 = 0$$

7 **En una progresión aritmética, $a_6 = 17$ y $a_9 = 23$. Calcula a_1 y el término general.**

8 **En una progresión aritmética, $a_5 = 10$ y $a_{15} = 40$. Calcula a_1 y el término general.**

La **suma de los *n* primeros términos** de una progresión aritmética se calcula con la fórmula:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

EJEMPLO

Sea la progresión aritmética formada por los números: 3, 8, 13, 18, 23, …

- Sumamos los 5 términos: $S_5 = 3 + 8 + 13 + 18 + 23$
- Los ordenamos de atrás hacia delante: $S_5 = 23 + 18 + 13 + 8 + 3$
- Sumamos las dos expresiones obtenidas:

$$\begin{array}{rl} & S_5 = 3 + 8 + 13 + 18 + 23 \\ + & S_5 = 23 + 18 + 13 + 8 + 3 \\ \hline & 2S_5 = 26 + 26 + 26 + 26 + 26 \end{array}$$

$$2S_5 = 5 \cdot 26 \rightarrow S_5 = \frac{5 \cdot 26}{2}$$

- Aplicamos la fórmula general: $S_5 = \dfrac{(a_1 + a_n) \cdot 5}{2}$
- Igualamos ambas expresiones: $\dfrac{5 \cdot 26}{2} = \dfrac{(a_1 + a_n) \cdot 5}{2} \longrightarrow a_1 + a_5 = 26$
- Comprobamos el resultado: $a_1 = 3,\ a_5 = 23 \rightarrow a_1 + a_5 = 3 + 23 = 26$

EJEMPLO

Calcula la suma de los 20 primeros términos de la progresión aritmética: 3, 7, 11, 15, 19, ...

- Calculamos el término general:
  $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$ $\qquad a_n = 3 + (n - 1) \cdot 4$
- Obtenemos el término a_{20}: $\qquad a_{20} = 3 + (20 - 1) \cdot 4 = 79$
- Aplicamos la fórmula general:

9 **En una progresión aritmética, $a_4 = 21$ y $d = -2$.**

a) Calcula a_1 y el término general.

b) Suma los 30 primeros términos.

ADAPTACIÓN CURRICULAR

7

OBJETIVO 3

DETERMINAR SI UNA PROGRESIÓN ES GEOMÉTRICA Y CALCULAR SUS ELEMENTOS

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Una **progresión geométrica** es una sucesión de números tal que cada uno de ellos (menos el primero) es igual al anterior multiplicado por un número fijo llamado **razón**, que se representa por r.

El **término general** de una progresión geométrica es:

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

EJEMPLO

Dada la sucesión 5, 10, 20, 40, 80, 160, …, vemos que es una progresión geométrica porque cada término se obtiene multiplicando el anterior por 2 unidades, es decir, la razón es $r = 2$.

$a_1 = 5 \longrightarrow a_1 = 5$

$a_2 = 10 = 5 \cdot 2 \longrightarrow a_2 = 5 \cdot 2$

$a_3 = 20 = 5 \cdot 2 \cdot 2 \longrightarrow a_3 = 5 \cdot 2^2$

$a_4 = 40 = 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \longrightarrow a_4 = 5 \cdot 2^3$

$a_5 = 80 = 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \longrightarrow a_5 = 5 \cdot 2^4$

$a_6 = 160 = 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \longrightarrow a_6 = 5 \cdot 2^5$

El término general es: $a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = 5 \cdot 2^{n-1}$.

1 **La siguiente sucesión es geométrica: 3, 15, 75, 375, 1.875, 9.375, … Halla la razón y el término general.**

La sucesión es geométrica, porque cada término se obtiene multiplicando el anterior por ....

Por tanto, la razón es $r =$ ....

Hallamos el término general:

$a_1 = 3 \longrightarrow a_1 = 3$

$a_2 = 15 = 3 \cdot 5 \longrightarrow a_2 = 3 \cdot 5$

$a_3 = 75 = 3 \cdot 5 \cdot 5 \longrightarrow a_3 = 3 \cdot 5^2$

$a_4 = 375 = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \longrightarrow a_4 = 3 \cdot 5^3$

$a_5 = 1.875 = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \longrightarrow a_5 = 3 \cdot 5^4$

$a_6 = 9.375 = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \longrightarrow a_6 = 3 \cdot 5^5$

El término general es:

$a_n = \boxed{}$

2 **Escribe los 6 primeros términos de la progresión geométrica con $a_1 = 2$ y $r = 6$.**

El término general es: $a_n =$

Los 6 primeros términos son:

$a_1 = 2$ $a_2 =$ $a_3 =$

$a_4 =$ $a_5 =$ $a_6 =$

El **producto de los *n* primeros términos** de una progresión geométrica es:

$$\boldsymbol{P_n = \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n}}$$

EJEMPLO

Sea la progresión geométrica formada por los números: 5, 10, 20, 40, 80, …

- Multiplicamos los 5 términos: $P_5 = 5 \cdot 10 \cdot 20 \cdot 40 \cdot 80$
- Ordenamos de atrás hacia delante: $P_5 = 80 \cdot 40 \cdot 20 \cdot 10 \cdot 5$
- Multiplicamos las dos expresiones obtenidas:

$$\begin{array}{rr} P_5 = & 5 \cdot \ 10 \cdot \ 20 \cdot \ 40 \cdot \ 80 \\ \times \ P_5 = & 80 \cdot \ 40 \cdot \ 20 \cdot \ 10 \cdot \ 5 \\ \hline P_5 \cdot P_5 = & 400 \cdot 400 \cdot 400 \cdot 400 \cdot 400 \end{array}$$

$$P_5^2 = 400^5 \rightarrow P_5 = \sqrt{400^5}$$

- Aplicamos la fórmula general: $P_5 = \sqrt{(a_1 \cdot a_5)^5} = \sqrt{(5 \cdot 80)^5} = \sqrt{400^5} = 3.200.000$

3 **Para la progresión geométrica: 3, 15, 75, 375, …, calcula el producto de los 4 primeros términos.**

- Multiplicamos los 4 primeros términos: $P_4 = 3 \cdot 15 \cdot 75 \cdot 375$
- Ordenamos de atrás hacia delante: $P_4 =$
- Multiplicamos las dos expresiones obtenidas:

$$\begin{array}{rl} P_4 = & \\ \times \ P_4 = & \\ \hline P_4^2 = & \end{array}$$

- Aplicamos la fórmula general:

4 **Calcula el producto de los 5 primeros términos de la progresión geométrica: 16, 8, 4, 2, 1, …**

ADAPTACIÓN CURRICULAR

EJEMPLO

Calcula el producto de los 5 primeros términos de la progresión geométrica: 5, 10, 20, 40, 80, ...

- Calculamos el término general:
  $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$ $\qquad a_n = 5 \cdot 2^{n-1}$
- Obtenemos el término a_5: $\qquad a_5 = 5 \cdot 2^{5-1} = 80$
- Aplicamos la fórmula general: $\qquad P_5 = \sqrt{(5 \cdot 80)^5} = 3.200.000$

5 **En una sucesión donde el primer término es 10 y la razón 15, calcula.**

- El término general.

  $a_n = a_1 \cdot r^{n-1} =$

- Los términos a_4 y a_7.

  $a_4 = a_1 \cdot r^{n-1} = 10 \cdot 15^{4-1} =$ ....

  $a_7 =$ ....

- El producto de los 7 primeros términos.

  $P_7 = \sqrt{(10 \cdot a_7)^7} =$ ....

6 **Dada una progresión geométrica en la que $a_1 = 3$ y $r = 5$, calcula.**

a) El término general.

b) El término 7.

c) El producto de los 4 primeros términos.

7 **Si en una progresión geométrica $a_4 = 12$ y la razón $r = 3$:**

a) Calcula a_1 y el término general.

b) Halla el producto de los 20 primeros términos.

